

# ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ И КОМБИНАТОРИКЕ ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ В МАГИСТРАТУРУ ПО КОНКУРСНЫМ ГРУППАМ ФПМИ

Данная программа относится к конкурсным группам:

- «Contemporary Combinatorics (англоязычная онлайн-магистратура только на платные места)»
- «Modern State of Artificial Intelligence (англоязычная онлайн-магистратура только на платные места)»,
- «ФПМИ ПМИ англоязычные программы (только на платные места)»

## Регламент проведения

Вступительное испытание представляет из себя письменный экзамен, состоящий из 6-10 задач разного уровня сложности. Все задачи требуют полноценного решения с доказательствами. Во время экзамена разрешается пользоваться следующими ресурсами:

- Wikipedia.org
- Wolframalpha.com
- Live.sympy.org
- Python.org/shell
- CoCalc (SageMath)

Подсчет ответа с помощью одной из этих систем не является полноценным решением или доказательством. Эти ресурсы могут использоваться только в качестве подсказки.

На выполнение заданий дается 3 астрономических часа.

## Начала алгебры

1. Группы, абелевы группы, нормальные подгруппы, классические примеры: группы чисел по сложению и умножению, группа невырожденных матриц, группа перестановок, группа вычетов по сложению и по умножению.
2. Кольца, коммутативные, ассоциативные, с единицей. Примеры: кольца чисел, кольца матриц, кольца вычетов, кольца многочленов.
3. Поля, определение и примеры: поле рациональных чисел, вещественных чисел, комплексных чисел, пример конечного поля.

## Начала линейной алгебры

1. Системы линейных уравнений и метод Гаусса.
2. Векторное пространство. Определение, примеры: пространство строк, пространства квадратных матриц, пространства симметрических и кососимметрических матриц, пространство многочленов от одной переменной.
3. Линейно независимые и линейно зависимые системы векторов.
4. Базис и размерность векторного пространства.

## Начала анализа

1. Последовательности. Пределы последовательностей. Примеры сходящихся и расходящихся последовательностей.
2. Непрерывные функции одной переменной. Пределы функций.

3. Производная. Дифференцируемые функции. Теоремы о средних: Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.
4. Бесконечно малые и ограниченные величины. Язык  $o(x)$  и  $O(x)$ .
5. Ряд Тейлора
6. Неопределенный интеграл. Первообразная.
7. Определенные интегралы. Несобственные интегралы.

### **Основы топологии в $\mathbb{R}^n$**

1. Топология вещественной прямой. Интервалы и отрезки. Сходящиеся подотрезки. Открытые и замкнутые множества.
2. Открытые и замкнутые множества в многомерном пространстве.
3. Непрерывные отображения.
4. Компактные подмножества в  $\mathbb{R}^n$ : конечные подпокрытия. Замкнутость и ограниченность.

### **Комбинаторика и вероятность**

1. Принцип Дирихле (2-3 примера его применения).
2. Стандартные правила подсчета: правила сложения и умножения.
3. Сочетания, размещения и перестановки.
4. Бином Ньютона.
5. Классическое определение и подсчет дискретной вероятности через пространство событий.
6. Графы. Полные графы, простые графы, деревья, циклы. Степень вершины.

### **Литература**

1. Э.Б. Винберг, «Курс алгебры», МЦНМО, 2019, 4-е изд.
2. В.А. Зорич, «Математический анализ», МЦНМО, 2019, 10-е изд., исправл.
3. Л.Б. Кораллов, Я.Г. Синай, «Теория вероятностей и случайные процессы», МЦНМО, 2013.
4. У. Рудин, «Основы математического анализа», Москва: Мир, 1976.
5. Р. Стэнли, «Перечислительная комбинаторика», Москва: Книга по Требованию, 2012.